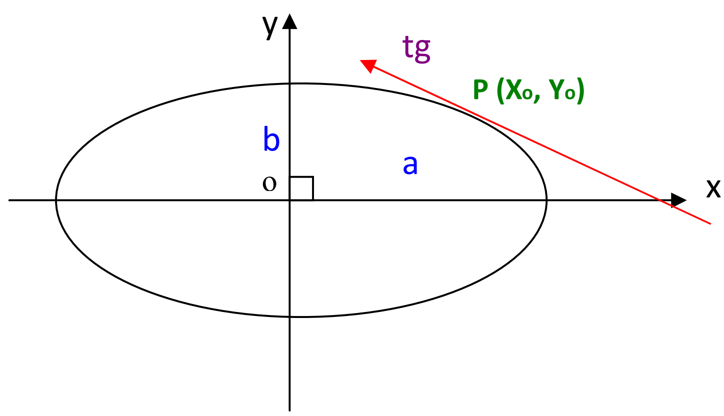
<u>Tangente a la Elipse</u>:

Como la Elipse de centro en el origen del sistema y semi eje mayor en el eje $\overleftrightarrow{OX}$ está dada por:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

Determinaremos la ecuación general a la tangente en un punto P (X_o, Y_o) de la gráfica.



Derivando de forma implícita:

$$\frac{2x}{a^2}+\frac{2y\frac{dy}{dx}}{b^2}=0$$

$$\frac{2y}{b^2}\bullet\frac{dy}{dx}=-\frac{2x}{a^2}$$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{2x}{a^2}\bullet\frac{b^2}{2y}$$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{b^2x}{a^2y}$$

La pendiente en la tangente en el punto P (X_o, Y_o) es $-\frac{b^2x}{a^2y}$

Por lo tanto la ecuación de la tangente es:

$$\boxed{Y - Yo = -\frac{b^2 x}{a^2 y}(X - Xo)}$$

Es decir:

$$a^2 yyo - a^2 y^2 o = b^2 xxo + b^2 x^2 o$$
$$b^2 x^2 o + a^2 y^2 o = b^2 x\ ox + a^2 yoy / \div a^2 b^2$$
$$\frac{Xo^2}{a^2} + \frac{Yo^2}{b} = \frac{Xox}{a^2} + \frac{Yoy}{b^2}$$

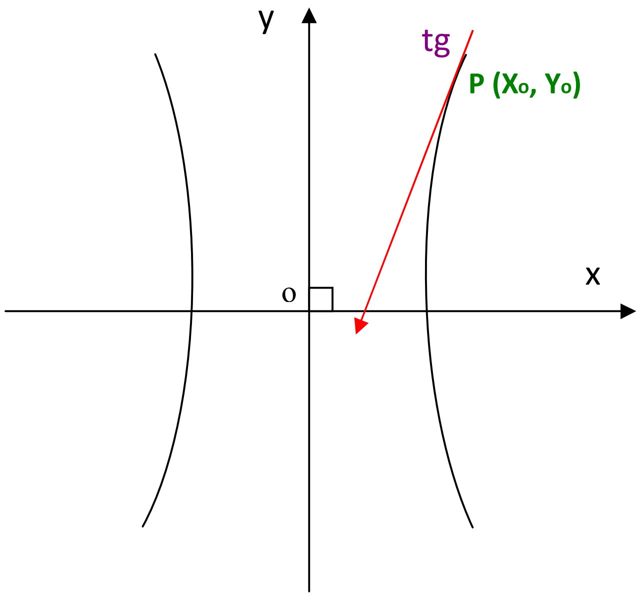
Como P (X_o, Y_o) está contenido en la elipse, entonces $\frac{xo^2}{a^2} + \frac{yo^2}{b^2} = 1$; luego:

$$\boxed{\frac{XoXo}{a^2} + \frac{YoYo}{b^2} = 1}$$

Ecuación de la Tangente a la Elipse en P_o (X_o, Y_o)

Tangente a la Hipérbola.

Del mismo modo consideremos la Hipérbola de ecuación $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ y en punto P_o (X_o, Y_o)



Derivada en forma implícita:

$$\frac{2x}{a^2} - \frac{2y\frac{dy}{dx}}{b^2} = 1$$

$$\frac{2y\frac{dy}{dx}}{b^2} = \frac{2x}{a^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{a^2} \bullet \frac{b^2}{2y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b^2 x}{a^2 y}$$

Entonces la pendiente en el punto $P_o\ (X_o, Y_o)$ es: $\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{b^2 x}{a^2 y}}$

Luego la ecuación de la tangente será:

$$\boxed{Y - Yo = \frac{b^2 x}{a^2 y}(X - Xo)}$$

$$a^2 yyo - a^2 y^2 o = b^2 xxo - b^2 x^2 o / \div a^2 b$$

$$\frac{yyo^2}{a^2} - \frac{Yo^2}{b} = \frac{xXo}{a^2} - \frac{x^2 o}{b^2}$$

$$\frac{Xo^2}{a^2} - \frac{Yo^2}{b} = \frac{xXo}{a^2} - \frac{yYo}{b^2}$$

Como $P_o\ (X_o, Y_o)$ está contenido en la Hipérbola entonces $\frac{xo^2}{a^2} - \frac{yo^2}{b^2} = 1$ sustituyendo se tiene:

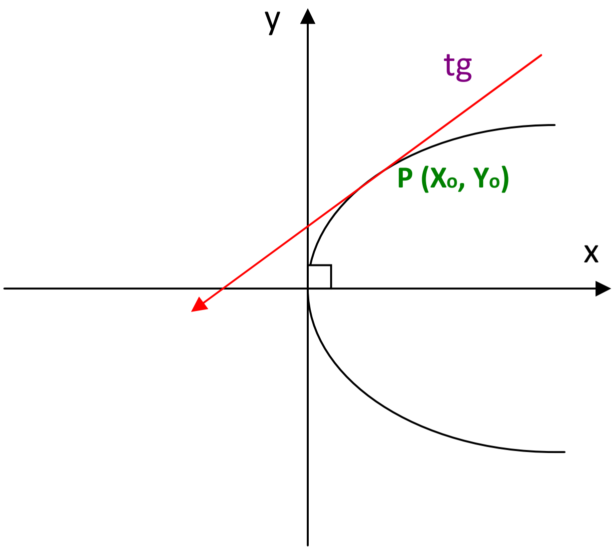
$1 = \frac{xoX}{a^2} - \frac{yoY}{b^2}$ o bien:

$$\boxed{\frac{xoX}{a^2} - \frac{yoY}{b^2} = 1}$$

Ecuación de la tangente a la Hipérbola en el punto $P_o\ (X_o, Y_o)$

Ecuación de la tangente a la Parábola en Po (Xo, Yo)

Consideremos la Parábola: $y^2=2px$ y el punto Po (Xo, Yo)



Derivando de forma implícita:

$$2y\frac{dy}{dx}=2p$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2p}{2y}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{p}{y}$$

Evaluada en Po (Xo, Yo) $\frac{dy}{dx}=\frac{p}{yo}$ Luego la ecuación de la tangente es $\boxed{Y-Yo=\frac{p}{yo}(X-Xo)}$

$$yyo-y^2o=px-pxo$$

Como Po (Xo, Yo) es un punto de la parábola entonces $y^2_o=2px_o$
Sustituyendo:

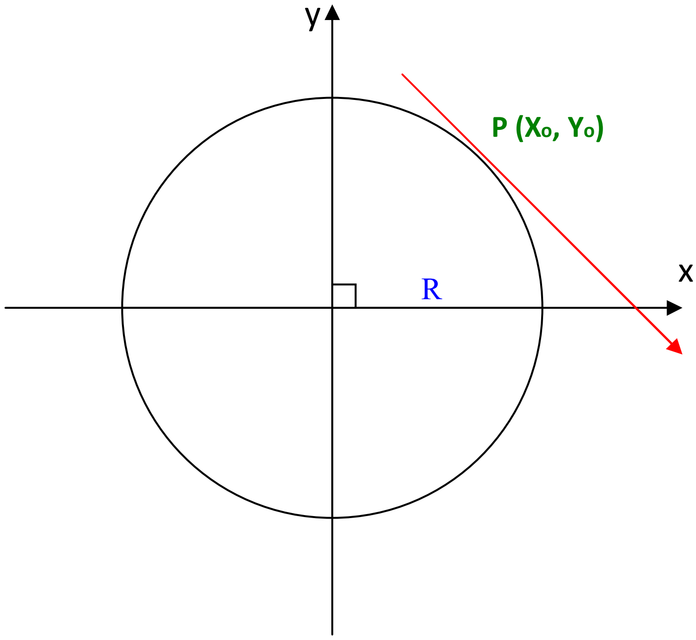
$$yyo-2pxo=px-pxo$$

$$\boxed{yyo=px+pxo}$$

Ecuación de la tangente a la parábola en Po (Xo, Yo)

Ecuación de la tangente en un punto Po (Xo, Yo) de una circunferencia.

Consideremos la circunferencia $x^2 + y^2 = R^2$ y en el punto Po (Xo, Yo)



Sabemos que $x_o^2 + y_o^2 = R^2$; Po (Xo, Yo) Pertenece a la curva.

Ahora, derivando en forma implícita:

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{2y}$$

$\displaystyle\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ Evaluada en Po (Xo, Yo) ; $\displaystyle\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$

Entonces la ecuación de la tangente será $\boxed{Y - Yo = \frac{Xo}{yo}(X - Xo)}$

$$yyo - y^2o = -Xox + x^2o$$

$$yyo - xox = x^2o + y^2o$$

Como $x^2 + y^2 = R^2$ entonces: $\boxed{yyo + xxo = R^2}$ Ecuación de la tangente a la circunferencia en Po (Xo, Yo)